

Задание №9

1. Водолазный колокол, содержащий $\nu=2$ моля воздуха при давлении $p_1=1,6$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha=6,2 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T=300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в $11\,160 \text{ Дж}$.
2. Водолазный колокол, содержащий $\nu=2$ моля воздуха при давлении $p_1=1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha=13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T=300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в $15\,960 \text{ Дж}$.
3. Водолазный колокол, содержащий $\nu=5$ моля воздуха при давлении $p_1=2,3$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha=15,6 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T=300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в $23\,400 \text{ Дж}$.
4. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 96 мг . Период его полураспада составляет 3 мин . Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг .
5. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 80 мг . Период его полураспада составляет 2 мин . Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг .
6. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 176 мг . Период его полураспада составляет 3 мин . Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 11 мг .
7. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\text{п}}=25 \text{ }^\circ\text{C}$, через радиатор пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m=0,3 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_{\text{в}}=57 \text{ }^\circ\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \cdot \frac{\text{см}}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_{\text{в}}-T_{\text{п}}}{T-T_{\text{п}}}$, где $c=4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma=63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, $\alpha=1,4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м .
8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент

- времени масса изотопа $m_0=50$ мг. Период его полураспада $T=5$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг?
9. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t)=m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0=90$ мг. Период его полураспада $T=3$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 11,25 мг?
 10. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t)=T_0+bt+at^2$, где t — время в минутах, $T_0=1300$ К, $a = -\frac{14}{3} \frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$, $b=98 \frac{\text{К}}{\text{мин}}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.
 11. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения P (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P=\sigma ST^4$, где $\sigma=5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S=\frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $4,104 \cdot 10^{27}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.
 12. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора получена экспериментально: $T=T_0+b t+a t^2$, где t — время в минутах, $T_0=1450$ К, $a = -30 \frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$, $b=180 \frac{\text{К}}{\text{мин}}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через сколько минут после начала работы нужно отключить прибор?
 13. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q=120-10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p)=pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 320 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
 14. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q=65-5p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p)=pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 150 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
 15. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 217 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c=1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.
 16. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 558 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c=1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите

- наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.
17. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 247 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c=1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 18 м/с.
 18. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 370 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c=1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 20 м/с.
 19. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0=170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u=12$ м/с и $v=6$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?
 20. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0=170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u=11$ м/с и $v=13$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?
 21. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0=120$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u=6$ м/с и $v=7$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 125 Гц?
 22. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0=160$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u=6$ м/с и $v=14$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 170 Гц?
 23. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от

- начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0=250$ мг. Период его полураспада $T=3$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 31,25 мг?
24. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P=\sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды, $\sigma=5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды, а T — температура. Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{625} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $5,7 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в градусах Кельвина.
- 25.
26. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 494 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c=1500 \text{ м/с}$ — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 18 м/с.
27. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f=20 \text{ см}$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.
28. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом, объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.
29. Водолазный колокол, содержащий $\nu=2$ моля воздуха при давлении $p_1=1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha=13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T=300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.
30. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu=2$ моля воздуха объёмом $V_1=10 \text{ л}$, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha=13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T=300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.
31. Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \frac{R h_2}{500}$, где $R=6400 \text{ км}$ — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 64 километра? Ответ дайте в метрах.

32. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 172$ мг. Период его полураспада $T = 2$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 43 мг?
33. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 13t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?
34. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 130 - 10p$. Выручка предприятия за месяц $г(p)$ (тыс. руб.) вычисляется по формуле $г(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $г(p)$ составит 420 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
35. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 16$ мг. Период его полураспада $T = 7$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 1 мг?
36. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 200 - 10p$. Выручка предприятия за месяц $г(p)$ (тыс. руб.) вычисляется по формуле $г(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $г(p)$ составит 840 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
37. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 150 - 10p$. Выручка предприятия за месяц $г(p)$ (тыс. руб.) вычисляется по формуле $г(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $г(p)$ составит 500 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
38. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4,5$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{98}$ м/мин² и $b = -\frac{3}{7}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.
39. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 170 - 10p$. Выручка предприятия за месяц $г(p)$ (тыс. руб.) вычисляется по формуле $г(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $г(p)$ составит 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
40. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 80 - 5p$. Выручка предприятия за месяц $г(p)$ (тыс. руб.) вычисляется по формуле $г(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $г(p)$ составит 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
41. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 200 - 10p$. Выручка предприятия за месяц $г(p)$ (тыс. руб.) вычисляется по формуле $г(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $г(p)$ составит 960 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
42. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения P (в ваттах) нагретого тела

прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $5,7 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.

43. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,2 + 10t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 6 метров?
44. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения P (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{2401} \cdot 10^{22} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $5,7 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.
44. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 8 \sin \frac{\pi}{5} t$ (см/с), где t время в секундах. Какую долю времени первых двух секунд скорость движения превышала 4 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.
45. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 8 \sin \frac{\pi}{3} t$ (см/с), где t время в секундах. Какую долю времени первых двух секунд скорость движения превышала 4 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.
46. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 12 \sin \frac{\pi}{4} t$ (см/с), где t время в секундах. Какую долю времени первых двух секунд скорость движения превышала 6 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.
47. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 12 \sin \frac{\pi}{2} t$ (см/с), где t время в секундах. Какую долю времени первых двух секунд скорость движения превышала 6 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.
48. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 2\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} t$ (см/с), где t время в секундах. Какую долю времени первых двух секунд скорость движения превышала 3 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

